



ITS
Institut
Teknologi
Sepuluh Nopember

ISBN : 978 - 979 - 96152 - 3 - 7

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA

Pemodelan Matematika dan Implementasinya

Surabaya, 25 Nopember 2006

Prosiding Seminar Nasional Matematika
PEMODELAN MATEMATIKA DAN IMPLEMENTASINYA
Jurusan Matematika, FMIPA, ITS Surabaya
25 Nopember 2006

Editor:

Budi Setiyono
IGNR Usadha
Chairul Imron

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Tim Editor	ii
Kata Pengantar	iii
Daftar isi	v
Aproksimasi Nilai Eigen Matriks Simetri Menggunakan Metode Householder dan Metode QR 1 <i>Syaiful Anam</i>	
Equivalence Between dan Henstock-Stieltjes and Henstock-Darboux-Stieltjes Integral 11 <i>Umi Mahnuna Hanung</i>	11
Model Pembangkit dan Distribusi Listrik dalam Sistem Interkoneksi <i>Indarsih</i>	21
Fuzzy Subcomodules <i>Indah Emilia Wijayanti, M.Si</i>	25
Integrasi Fungsi Rasional Memiliki Akar-Akar Persamaan Kompleks Kembar <i>Romelan Hamzah</i>	31
Sebuah Model Statistik Morbiditas dalam Asuransi Kesehatan <i>Adhitya Rommie Effendie</i>	41
Analisa Reliabilitas Botol Kemasan Minyak Pelumas <i>Eny Diana, Lucia Aridinanti</i>	45
Pencocokan Model Aditif Tergeneralisi Semiparametrik Menggunakan Pendekatan Estimator Spline <i>Eka Widi Handayani, I Made Tirta, Budi Lestari</i>	53
Estimasi European Call Option Menggunakan Metode Implied Volatility Extended <i>Kalman Filter</i> <i>Endah Rokhmah MP, Erna Apriliani, Novita Ratna Kartika Sari</i>	65
Menentukan Model Polinomial Terbaik dengan Struktur Perkalian Distribusi <i>Hery Tri Sutanto</i>	75
Analisis Regresi Logistik, Segmentasi, dan Positioning Pelanggan Laboratorium Klinik "X" dan "Y" di Kota Malang" <i>Maried Adhwehita, Purnadi</i>	91
Analisis Kepuasan Dan Segmentasi Pasien Balai Pengobatan Wahyu Husada <i>Madu Ratna, Yuliana Wahyu R</i>	101
Penggunaan Analisis Diskriminan dan Analytical Hierarchy Process dalam Pengambilan Keputusan Penentuan Pemain dan Program Terbaik di A Mild IBL <i>Dwi Endah Kusri, Yuyen Febrianasari</i>	109
Repurchase Intention pada Produk Jasa Penerbangan	123

Vita Ratnasari, One Yusril Fikar, Rexky Hindarto, Tatang Amirul Pribadi"

Metode Clustering JST Kohonen-SOM dan Fuzzy C-Means: Aplikainya pada Penjurusan SMA	139
<i>Mulyoto, M Isa Irawan</i>	
Metode Fuzzy Isodata untuk Mengclusterkan Persepsi Konsumen Terhadap Atribut Mie Instan (Studi Kasus: Konsumen di Kabupaten Lamongan)	147
<i>M Isa Irawan</i>	
Wavelet Jaringan Syaraf Tiruan untuk Prediksi Data Time Series	157
<i>Daryono BU</i>	
Pembandingan Metode Maximum Likelihood dan Maximum Likelihood Bootstrap pada Regresi Logistik	171
<i>Suci Astuti</i>	
Simulasi Matlab Rekonstruksi Citra Tomografi dengan Metode Proyeksi Balik Terfilter	181
<i>Margi Sasono</i>	
Peranan Graph Voltage dalam Topologi Graph	189
<i>Dwi Juniati</i>	
Analisa Dinamika Model Sistem Pertumbuhan Produk Baru	193
<i>Joice Ruth Juliana, M. Setijo Winarko</i>	
Pencarian Rule Asosiasi Menggunakan RBNN.....	207
<i>Yuliani Puji Astuti</i>	
Pelabelan Pseudo Edge-Magic pada Graph yang Bukan Edge-Magic.....	215
<i>Suryadi, Chairul Imron</i>	
Pelabelan Graceful Pada Graf Tangga.....	221
<i>Temu Ismail, Chairul Imron</i>	
Model Interaksi Virus dan Sel Darah Manusia.....	227
<i>Yudi Ari Adi</i>	
Cropping Plat Nomor Pada Citra Kendaraan dengan Matematika Morphologi	235
<i>Dwi Ratna</i>	
Pengaruh Program Matrikulasi pada Mata Kuliah Kalkulus di Fakultas Teknik Unika Atma Jaya JKT	245
<i>Emmy Widawati</i>	
Melatih Tata Nilai pada Peserta Didik Melalui Pembelajaran Geometri	255
<i>Susanah</i>	
Mengembangkan Keterampilan Berfikir dan Keterampilan pemecahan Masalah dalam pembelajaran Matematika Melalui Pembelajaran berdasarkan Masalah (<i>Problem Based Instruction</i>)	261
<i>Ismail</i>	

Analisis Persamaan Diferensial Tundaan pada Interaksi Populasi.....	271
<i>Hadi Junani, I GNR Usadha</i>	
Aplikasi Metode Integral Batas dalam Penentuan Pengaruh Perubahan Bilangan Froude dan Reynolds pada Aliran Fluida di Permukaan Bebas yang Terinduksi Lubang Penghisap dalam Fluida Berlapis Tiga	279
<i>Basuki Widodo</i>	
Orbit Grup Permutasi dan Aplikasinya.....	289
<i>Dwi Juniati, Ketut Budayasa</i>	
Aljabar Insidensi Melalui Himpunan Terurut Noether dan Artin Lokal	294
<i>Budi Surodjo</i>	

SIMULASI MATLAB REKONSTRUKSI CITRA TOMOGRAFI DENGAN METODE PROYEKSI BALIK TERFILTER

Margi Sasono

Program Studi Fisika FMIPA, Pusat Studi Fisika Terapan (PUSFIT)
Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta

ABSTRAK

Simulasi MATLAB rekonstruksi citra tomografi dengan menggunakan metode proyeksi balik terfilter telah dilakukan. Simulasi tomografi ini adalah berbasis pada serapan sinar-X dalam alat medis *CT-scan* (*Computed Tomography-Scan*). Akuisisi data dikumpulkan dari sejumlah proyeksi bahan uji (*phantom*) pada sudut yang berbeda-beda. Selanjutnya data proyeksi ini difilter dengan menggunakan filter Ramp untuk menghilangkan kekaburan pada citra hasil proyeksi. Akhirnya, data proyeksi terfilter ini direkonstruksi menjadi citra dengan menggunakan metode proyeksi balik. Hasilnya menunjukkan bahwa rekonstruksi citra proyeksi balik terfilter memiliki kualitas yang lebih baik dibandingkan dengan non-filter. Kualitas ini ditunjukkan dengan hasil rekonstruksi citra yang tidak kabur, lebih tajam dan lebih mendekati bentuk asli dari bahan uji. Semua proses tomografi ini dapat disimulasikan dengan bahasa program MATLAB.

Kata kunci: tomografi, rekonstruksi citra, proyeksi balik terfilter

ABSTRACT

A MATLAB simulation of tomography image reconstruction using filtered back projection method has been carried out. The simulation were tomography based on X ray absorption in the CT scan of medicine tools. The acquisition of image raw data were collected from a number projection test sample (*phantom*) in the different angles. Furthermore, the data projection were filtered using Ramp filter in order to remove the blurred in image. And then, the back-projection method was used to image reconstruction. The results showed that the image reconstructed is more sharpness, unblurred and resemble of original test sample. The all the process can be simulated by MATLAB program.

Keyword: tomography, image reconstruction, filtered back-projection method

1. PENGANTAR

Kebutuhan untuk mengamati bagian dalam material secara tidak merusak (*non invasive*) maupun tidak memasukkan alat (*non intrusive*) merupakan kebutuhan yang sangat mendasar, tidak hanya di dunia kedokteran tetapi juga di dalam proses industri, geologi, sistem sekuriti dan lain-lain (Warsito, 2005). Dalam dunia kedokteran, teknologi 'melihat tembus' ini digunakan untuk keperluan diagnosa dini atau mengambil keputusan sebelum dilakukan operasi terhadap pasien. Di dalam proses industri sering kali tidak mungkin melakukan pengukuran atau pengamatan secara langsung pada sesuatu sistem yang mengandung radiasi nuklir dan zat beracun.

Untuk keperluan ini dapat dilakukan dengan teknik tomografi. Kata tomografi berasal dari kata Greek '*tomos*' yang berarti irisan dan '*graph*' yang berarti citra atau gambaran (Sasono, 2005). Akhir-akhir ini teknologi tomografi sudah menggunakan komputer untuk menjalankan prosesnya, yang selanjutnya lebih dikenal sebagai *scanning tomografi* terkomputerisasi (*computed tomography*) atau *CT-scan* (Suparta, 1999).

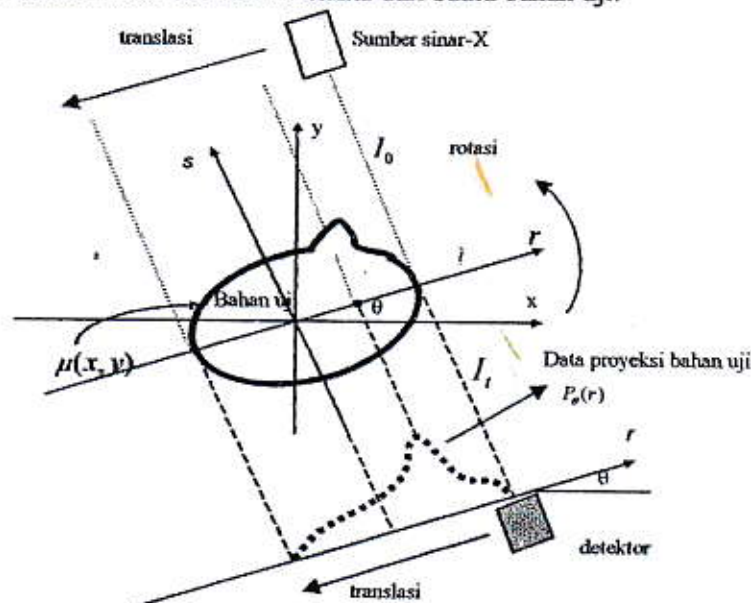
Masalah matematik dari tomografi adalah mengestimasi suatu citra (gambaran) internal material dari sejumlah proyeksi yang diambil pada berbagai sudut, ketika berkas

sinar, dalam hal ini dapat berupa radiasi sinar-X, dikenakan pada material yang sedang diuji. Data proyeksi ini selanjutnya direkonstruksi menjadi suatu citra dengan menggunakan beberapa metode. Metode paling sederhana adalah dengan proyeksi balik (Sasono, 2005). Namun dengan menggunakan metode ini, hasil citra rekonstruksi memiliki kualitas yang kurang baik atau mengalami kekaburan. Untuk mengatasi masalah ini, solusinya adalah menyaring data proyeksi dengan menggunakan suatu fungsi filter sebelum proses rekonstruksi balik dilakukan. Dalam makalah ini dibahas sebuah simulasi berbasis bahasa program MATLAB untuk menggambarkan proses akuisisi data, filtering data proyeksi dan kemudian merekonstruksikannya menjadi sebuah citra dengan metode proyeksi balik. Dalam hal ini filter yang digunakan adalah filter Ramp. Hasil citra rekonstruksi akan dibandingkan dengan citra sebelumnya, yaitu citra hasil rekonstruksi dengan metode proyeksi balik yang tidak terfilter.

II. DASAR TEORI

Akuisisi Data Tomografi

Dalam tomografi, hasil pengukuran intensitas terlemahkan berkas sinar-X yang melalui suatu bahan uji dapat digunakan untuk merekonstruksi peta distribusi dua dimensi (2D) dari koefisien serapan $\mu(x, y)$ di dalam suatu irisan tampang lintang dari bahan uji tersebut. Peta distribusi ini yang akan menjadi distribusi nilai intensitas kecerahan pada citra tomografi yang mencerminkan karakter internal dari suatu bahan uji.



Gambar 1 Proses akuisisi data proyeksi pada system tomografi berbasis sinar-X

Gambar 1 menunjukkan sebuah bahan uji yang dilalui oleh berkas paralel sinar-X. Intensitas terlemahkan yang terdeteksi oleh detektor ditentukan oleh integral garis (*ray-sum*) koefisien pelemahan linear di sepanjang lintasan sinar (*ray-path*) sebagai

$$P_{\theta}(r) = \ln \left(\frac{I_0}{I_t} \right) = \int_{\text{garis}(\theta, r)} \mu(x, y) ds \quad (1)$$

dengan $P_{\theta}(r)$ adalah data proyeksi pada sudut θ . Berturut-turut I_0 dan I_t adalah intensitas berkas sinar-X sebelum dan setelah melewati bahan uji, dan ds merupakan panjang lintasan integrasi di sepanjang suatu berkas sinar (*ray*). Secara matematik, setiap berkas sinar dapat dinyatakan sebagai

$$r = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (2)$$

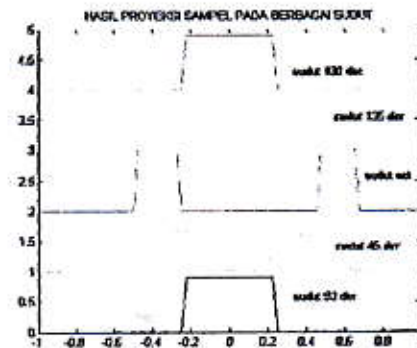
Dalam fungsi delta, persamaan (1) dapat ditulis kembali menjadi

$$P_{\theta}(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - r) dx dy \quad (3)$$

Fungsi $P_{\theta}(r)$ dikenal sebagai transformasi Radon dari fungsi $\mu(x, y)$. Penjelasan terperinci tentang aspek matematika tomografi dapat ditemui pada (Suparta, 1999).



a) Bahan uji simulasi



(b) Hasil proyeksi

Gambar 2. Hasil simulasi MATLAB (a) bahan uji simulasi (b) hasil proyeksi pada beberapa sudut $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, 0, \frac{3\pi}{4}$, dan π (Sasono, 2005)

Akuisisi data pada sistem tomografi meliputi pengumpulan proyeksi untuk seluruh sudut θ antara 0 sampai π , dan berlaku $P_{\theta}(r) = P_{\theta+\pi}(-r)$ (Suparta, 1999). Secara teknis proses ini dapat dilakukan dengan proses mekanik translasi-rotasi pada sistem sumber sinar-X-detektor, seperti yang diilustrasikan pada Gambar 1. Gambar 2 menunjukkan hasil simulasi MATLAB data proyeksi pada sudut-sudut $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, 0, \frac{3\pi}{4}$, dan π dari suatu bahan uji (Sasono, 2005).

Metoda Rekonstruksi Citra

Untuk merekonstruksi $\mu(x, y)$ dari $P_{\theta}(r)$, digunakan suatu metode yang dikenal sebagai proyeksi balik terfilter (*the filtered backprojection*). Metode ini didasarkan pada teorema Irisan Fourier yang menyatakan bahwa transformasi Fourier (FT) 1-dimensi proyeksi $P_{\theta}(r)$ suatu bahan uji pada sudut θ , memberikan suatu irisan 2-dimensi transformasi Fourier dari fungsi bahan uji pada sudut θ terhadap sumbu- u , seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3. Didefinisikan, $S_{\theta}(\omega) = S(\theta, \omega)$ adalah transformasi Fourier $P_{\theta}(r)$ sebagai berikut,

$$S_{\theta}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\theta}(r) e^{-j2\pi\omega r} dr \quad (4)$$

Substitusi persamaan (1) dan (2) ke persamaan (4) dan transformasikan ke sistem koordinat (x, y) diperoleh

$$S_{\theta}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) e^{-j2\pi\omega (x \cos \theta + y \sin \theta)} dx dy \quad (5)$$

Jika $u = \omega \cos \theta$ dan $v = \omega \sin \theta$, serta dengan pengambilan sejumlah proyeksi tak hingga maka seluruh titik $F(u, v)$ pada kawasan frekuensi dapat diperoleh. Dengan melakukan transformasi Fourier balik fungsi $\mu(x, y)$ dapat diperoleh sebagai

$$\mu(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv \quad (6)$$

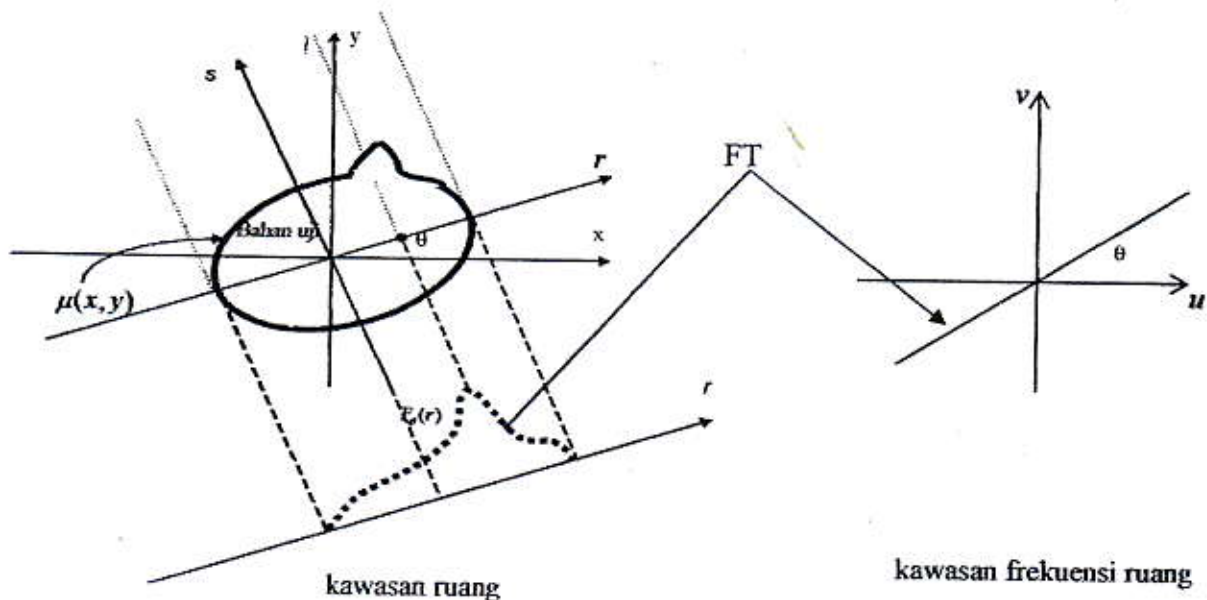
Dalam metode proyeksi balik terfilter, langkah pertama adalah mentransformasikan Fourier (FT) dari proyeksi $S_{\theta}(\omega) = FT\{P_{\theta}(r)\}$, selanjutnya langkah kedua mengalikan $S_{\theta}(\omega)$ dengan suatu filter $|\omega|$. Maksud mengalikan dengan filter adalah memberi pembobotan pada setiap proyeksi di dalam kawasan frekuensi sebelum diproyeksikan kembali ke kawasan ruang. Ketika data proyeksi terfilter diperoleh, maka langkah selanjutnya adalah melakukan proyeksi balik ke dalam bidang citra. Data proyeksi balik terfilter dapat didefinisikan sebagai

$$Q_{\theta}(r) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\theta}(\omega) |\omega| e^{j2\pi\omega r} d\omega \quad (7)$$

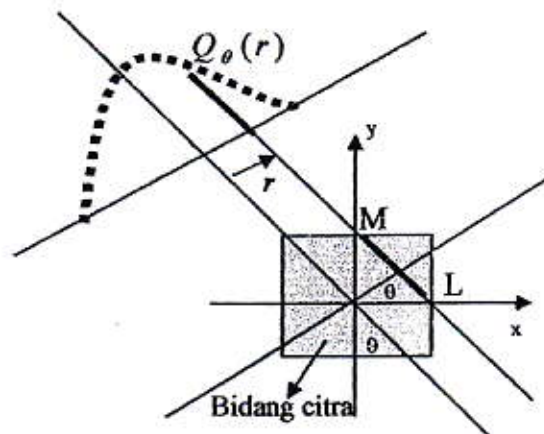
Secara matematis, proses proyeksi balik adalah menjumlahkan setiap proyeksi terfilter dan dapat dinyatakan sebagai

$$\mu(x, y) = \int_0^{\pi} Q_{\theta}(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta \quad (8)$$

Proses rekonstruksi ini ditunjukkan seperti Gambar 4. Nilai r adalah sama untuk semua (x, y) pada bidang citra. Oleh karena itu, proyeksi terfilter pada titik r akan membuat sumbangan yang sama pada garis ML. Dengan mengulangi proses ini untuk data proyeksi terfilter yang lain, maka sebuah rekonstruksi citra akan terbentuk.



Gambar 3 Teorema Irisan Fourier yang menghubungkan antara transformasi Fourier 1-D dari suatu proyeksi dengan transformasi Fourier 2-D dari bahan uji sepanjang garis radial



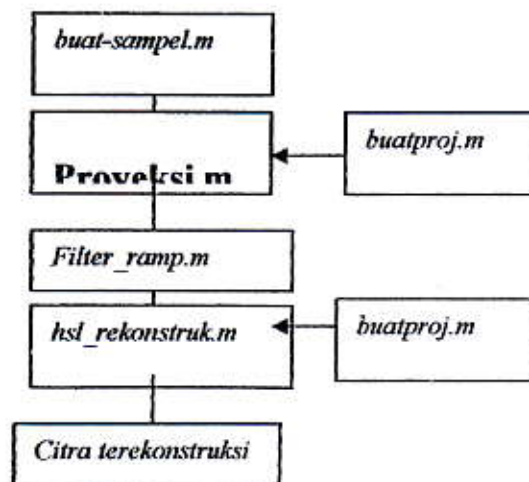
Gambar 4 Sebuah proyeksi terfilter $Q_\theta(r)$ diproyeksikan balik melintasi bidang citra sepanjang garis ML

METODE PENELITIAN

Proses simulasi akuisisi dan rekonstruksi dilakukan dengan MATLAB versi 6.5. Karena berbasis pada simulasi, bahan uji riil yang akan dicitrakan tidak digunakan, melainkan menggunakan bahan uji simulasi yang dihasilkan dari fungsi *file buat_sampel.m*. Sampel uji ini berupa matriks piksel berbentuk lingkaran hitam dengan 2 kotak putih persegi panjang di dalamnya. Hasilnya ditunjukkan seperti pada Gambar 5.

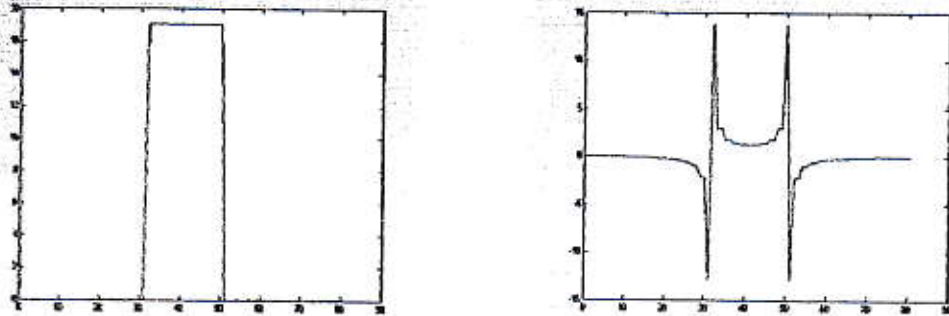


Gambar 5 Sampel uji (phantom) yang dibangun dari fungsi *file* MATLAB *buat_sampel.m*



Gambar 6. Diagram hubungan antar *file* Matlab

Proses akuisisi data proyeksi dengan fungsi *file proyeksi.m* yang di dalamnya memanggil fungsi *buatproj.m*. Selanjutnya filtering data hasil proyeksi dilakukan dengan fungsi *file filter_ramp.m* dan tahap rekonstruksi citra dengan fungsi *file hsl_rekonstruksi.m* yang juga memanggil fungsi *buatproj.m*. Hubungan antar *file* MATLAB ini, secara diagram ditunjukkan pada Gambar 6.

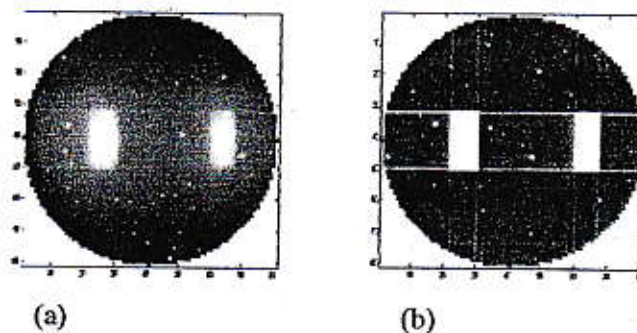


Gambar 7 Perbandingan contoh grafik hasil proyeksi, sebelum difilter (a) dan setelah difilter (b)

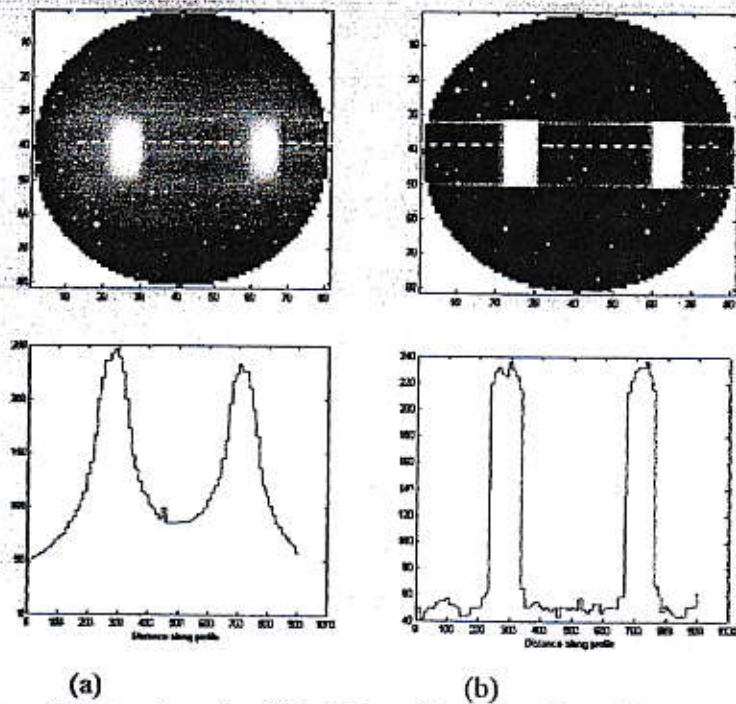
HASIL DAN PEMBAHASAN

Gambar 7 menunjukkan contoh perbedaan grafik hasil proyeksi sebelum dan setelah terfilter. Nilai negatif dari grafik proyeksi terfilter diperlukan untuk mengkoreksi proyeksi dari sudut-sudut yang lain (Suparta, 1999). Sementara itu Gambar 8 menunjukkan hasil rekonstruksi citra dengan metode proyeksi balik tidak terfilter (a) dan setelah terfilter (b) dengan data 100 proyeksi. Nampak bahwa citra terekonstruksi tidak terfilter menunjukkan kekaburan, sementara itu dengan filtering citra terekonstruksi menjadi lebih tajam dan menyerupai bentuk asli dari bahan uji.

Dari hasil analisis yang lain, yaitu dengan mengambil profil mendatar intensitas piksel pada kedua citra terekonstruksi, juga menunjukkan perbedaan kualitas yang jelas. Profil intensitas piksel pada citra terekonstruksi menunjukkan pola yang cukup jelas untuk mewakili dua citra berbentuk kotak persegi panjang, meskipun tidak tajam seperti yang ditunjukkan pada Gambar 9.



Gambar 8 Hasil rekonstruksi citra dengan 100 proyeksi (a) tidak terfilter, dan (b) terfilter



Gambar 9 Hasil analisis profil intensitas piksel (a) tidak terfilter, dan (b) terfilter

KESIMPULAN DAN SARAN

Hasil simulasi menunjukkan bahwa rekonstruksi citra dengan data proyeksi terfilter menggunakan filter Ramp mampu memperbaiki kualitas citra. Hal ini ditunjukkan dengan hilangnya kekaburan jika dibandingkan dengan citra terekonstruksi tanpa filter. Perlu dilakukan misalnya dengan menggunakan filter lain seperti filter Sinc, sehingga akan lebih memperbaiki kualitas citra. Bahasa program MATLAB sangat layak untuk mensimulasikan proses tomografi.

UCAPAN TERIMA KASIH

Diucapkan terima kasih kepada saudara Suprihatin peneliti citra di Ilmu Komputer FMIPA UAD atas berbagai diskusi dan sarannya

REFERENSI

- Sasono M., 2005, "Simulasi MATLAB Rekonstruksi Citra Tomografi Menggunakan Metode Proyeksi Balik", *Prosiding Seminar Nasional Matematika FMIPA UI*
- Suparta G.B, 1999, "Facussing Computed Tomography Scanner", Ph.D Thesis Monash University Australia
- Warsito, 2005, "Review: Komputasi Tomografi dan Aplikasinya dalam Proses Industri" *Semiloka BPPT*